**35 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНА.**

Темы нет в билетах, но желательно прочитать.

Среднее число бозонов с энергией приходящихся на одно квантовое состояние определяется распределением Бозе-Эйнштейна. Вывод этого распределения аналогичен выводу распределения Ферми-Дирака.

Пусть имеется замкнутая система практически не взаимодействующих *N* бозонов (фотонов). Бозоны могут находиться в состояниях с энергией Энергии отвечает различных состояний. Число частиц с энергией равно . Числа со временем меняются. Если система находится в равновесном состоянии, то **распределение частиц по энергиям** характеризуется средними числами частиц приходящихся на одно квантовое состояние с энергией . Ясно, что будут определяться из условия максимума статистического веса (энтропии). Следовательно, необходимо найти выражения для и определить при каком распределении частиц по энергиям будет достигаться максимум . Выделим в системе подсистему фермионов, имеющих энергию . Энергии отвечает состояний. Состояния изобразим ячейками, упорядоченными в виде ленты. Бозоны изобразим черными кругами. Для бозонов принцип Паули не выполняется: в любом состоянии может находится сколь угодно много бозонов. Поэтому подсчет микросостояний проведем следующим образом. Круги (бозоны) и перегородки между ячейками (состояниями) совместно упорядочим в один ряд. Число возможных перестановок элементов равно . В силу принципа тождественности при перестановках только бозонов микросостояние не меняется. Таких перестановок . Аналогично, при перестановках только перегородок, число которых , микросостояние не меняется. Следовательно число микросостояний, реализующих макросостояние, когда частиц находится в состояниях равно

Статистический вес и энтропия всей системы

Воспользуемся формулой Стирлинга

справедливой для больших значений *N.* Тогда энтропия равна (равна приближенно с высокой точностью в условиях рассматриваемой задачи)

Пренебрегали единицей малой в сравнении с *N*. Если система замкнута, то с течением времени она перейдет в равновесное состояние, когда параметры не будут меняться. Равновесному состоянию соответствует максимум энтропии. Следовательно, будет выполняться

Это условный (относительный максимум, т.к. не являются независимыми. Для замкнутой системы должны выполняться условия:

Два последних уравнения есть линейные уравнения относительно . Из них можно, например, выразить и через остальные . Поэтому из нельзя требовать выполнение

при всех значениях *i*. Для нахождения условного максимума можно использовать метод множителей Лагранжа. Введем вспомогательную функцию

и таковы, что коэффициенты при и в точке условного максимума равны нулю:

Выполнение этих условий достигается выбором и . Остальные, и т.д., независимы. Поэтому в точке условного максимума выполняются условия

Условия для и для одинаковы и их можно объединить:

Подставив в эти условия выражение для энтропии после преобразований получаем

Множитель определяется средней энергией частиц и, следовательно, температурой системы:

Вводится химический потенциал

В результате получаем распределение бозонов по энергиям – распределение Бозе-Эйнштейна: